Università degli studi di Trento - Corso di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

Insegnamento di Fisica dell'Atmosfera

Soluzione della seconda prova in itinere

a.a. 2003/04

Costante dell'equazione di stato per l'aria secca: R_d = 287 J K_{-1} kg_{-1}
Costante dell'equazione di stato per il vapore: R_v = 461 J K_{-1} kg_{-1}
Valore medio dell'accelerazione di gravità al suolo: g_0 = 9.81 m s_{-2}
Frequenza angolare di rotazione terrestre: W = 7.292 10_{-5} s_{-1}
Costante di Stefan-Boltzmann: s = 5.67 10-8 W m_{-2} K_{-4}
Raggio terrestre medio: r_T = 6370 km
Raggio solare medio: r_S = 7*108 m
Distanza media terra-sole: d = 1.5*1011 m

Problema 1

A. Utilizzando direttamente la legge di Wien si calcola la temperatura di colore della superficie solare $T_{colore} = \frac{2897}{\lambda_m} = 5997.93 \quad K$. Ipotizzando che la temperatura di colore sia identica alla temperatura di emissione del corpo nero si può l'irradianza E_{SOLE} con la legge di Stefan-Boltzmann $E_{SOLE} = \sigma T^4$, ottenendo E_{SOLE} = 73.38*10^6 Wm^{-2}. Immaginando che il sole emetta uniformemente in tutte le direzioni si può calcolare il flusso radiante totale ϕ emesso dal sole come $\phi = \left(4\pi r_{SOLE}^2\right)E_{SOLE}$ ottenendo ϕ = 4.52*10^{26} W.

B. In primo luogo ci si calcola la costante solare S ossia l'energia radiante per unità di superficie che giunge in prossimità della Terra. Si impone la conservazione del flusso di energia radiante immaginando che nello spazio non ci sia assorbimento di tale energia: $S = \left(\frac{r_S}{d}\right)^2 E_S$. Si ottiene S = 1598.1 Wm^{-2}. A questo punto ci si può calcolare l'irradianza emessa dal pianeta Terra facendo l'equilibrio radiativo e ipotizzando che la terra sia un corpo nero: $(1-A)S(\pi r_T^2) = E_T(4\pi r_T^2)$, si ottiene $E_T = \frac{(1-A)}{4}S$, cioè E_{TERRA} = 259.69 Wm^{-2}.

Problema 2

A. Supponendo di essere in equilibrio radiativo si scrive il bilancio energetico al suolo e sulla sommità dei due strati gassosi con cui viene schematizzata l'atmosfera:

$$\begin{cases} E_T = (1-a_1)(1-a_2)x + (1-a_2)y + z \\ E_T + z = (1-a_1)x + y \\ E_T + y + (1-a_1)z = x \end{cases}$$

Dalla prima e dalla seconda equazione si ottiene $z = E_T \frac{a_2}{2-a_2}$. Dalla seconda e dalla terza equazione si ottiene $x = E_T \frac{4-a_1a_2}{(2-a_1)(2-a_2)}$. Sostituendo i valori trovati in una delle tre equazioni si trova $y = \frac{\left(2a_1 - a_1^2\right)x - a_1E_T}{(2-a_1)}$.

B. Sostituendo i valori forniti per i coefficienti di assorbimento e per l'irradianza E_T si ottengono i valori di *x*, *y* e *z*. A questo punto è possibile ricavare le temperature del suolo e dei due strati gassosi con la legge di Stephan-Boltzmann: $T_{suolo} = \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{1/4}$, $T_1 = \left(\frac{y}{a_1\sigma}\right)^{1/4}$ e $T_2 = \left(\frac{z}{a_2\sigma}\right)^{1/4}$.

Si ottiene:

	T_{suolo}	T_1	T_2
1° caso	282.59 K	246.96 K	227.04 K
2° caso	300.45 K	272.22 K	243.97 K
3° caso	300.45 K	260.51 K	227.04 K

C. La presenza di uno strato nuvoloso determina un aumento del coefficiente di assorbimento dell'atmosfera. Sia che lo strato nuvoloso si trovi in quota, sia che si trovi vicino al suolo la superficie del suolo subisce un medesimo riscaldamento. Nel caso in cui lo strato nuvoloso si trova in quota si ha un aumento della temperatura atmosferica superiore al caso in cui si trova vicino al suolo.

Problema 3

1. Supponendo di essere in equilibrio radiativo si scrive il bilancio energetico al suolo e sulla sommità dei due strati gassosi con cui viene schematizzata l'atmosfera:

La formula del vento geostrofico è: $$\begin{cases} (u_g)_A = -\dfrac{1}{\rho_A f_A}\left(\dfrac{\partial p}{\partial y}\right)_A \\ (v_g)_A = \dfrac{1}{\rho_A f_A}\left(\dfrac{\partial p}{\partial x}\right)_A \end{cases}$$

E' evidente dalla figura che il gradiente di pressione lungo x è nullo e quindi la componente meridionale del vento geostrofico è nulla.

Per calcolare la densità dell'aria nel punto A si calcola la temperatura dell'aria al suolo T_{A0} tramite la legge dei gas perfetti $T_0 = \dfrac{p_0}{R_d \rho_0}$ ottenendo T_{A0} = 293.6 K. A questo punto si ottiene la temperatura dell'atmosfera in quota tramite $T_A = T_{A0} - \Gamma_T z$ = 290.6 K e la pressione dell'aria in quota tramite $\rho_A = \rho_{A0} - \Gamma_\rho z$ = 1027.25 hPa. Utilizzando nuovamente la legge dei gas perfetti si ottiene la densità dell'aria in quota $\rho_A = \dfrac{p_A}{R_d \rho_A}$ = 1.23 kg m^{-3}.

L'accelerazione di Coriolis si ricava da $f = 2\Omega sen(\varphi)$ ottenendo f = 0.000105 s^{-1}.

Il gradiente di pressione in y può essere ricavato direttamente dalla carta assumendo $\left(\dfrac{\partial p}{\partial y}\right)_A \approx \left(\dfrac{\Delta p}{\Delta y}\right)_A$. Applicando la formula del vento geostrofico si ottiene infine u_{GA} = - 29.11 m/s.

2. Rispetto al sistema di riferimento con l'asse x nella direzione e nel verso del vento geostrofico si possono scrivere le equazioni per il vento nel mixed layer.

Vale $k_S = \dfrac{C_D}{fh}$ = 0.238 m^{-1}s, per cui si può scrivere

$$\frac{u}{u_G}=\frac{2}{1+\sqrt{1+4k_S^2u_G^2}}$$

ottenendo che la velocità nella direzione del vento geostrofico nel mixed layer è pari a u = 3.90 m/s. Dato che vale

$$v=\frac{k_Su^2}{\sqrt{1-k_S^2u^2}}$$

si ottiene la velocità trasversale alle curve isobare v = 9.92 m/s, diretta in direzione uscente dal centro dell'alta pressione (cioè verso sud).

3. Mettendosi nel solito sistema di riferimento, con l'asse x lungo la direzione del vento geostrofico, per lo strato di Ekman si può scrivere

$$\begin{cases} u=u_G\left[1-e^{-\gamma z}\cos(\gamma z)\right] \\ v=u_Ge^{-\gamma z}\sin(\gamma z) \end{cases}$$

dove $\gamma=\left(\frac{f}{2k_m}\right)^{1/2}$ e z è la quota del punto considerato. Sostituendo i valori dei vari parametri si ottiene: $\gamma = 1.62 \cdot 10^{-3} m^{-1}$, u = 20.17 m/s e v = 9.38 m/s dove v è diretta in direzione uscente dal centro di alta pressione.

Esercizio 1

1. Considerando l'andamento verticale di densità nell'atmosfera isoterma $\rho=\rho_0\exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ e sostituendolo nell'espressione che definisce lo spessore ottico $\sigma_\lambda=\sec\phi\int_z^\infty(k_\lambda\rho)dz$, si ottiene $\sigma_\lambda=Hk_\lambda\rho_0\exp\left(-\frac{z}{H}\right)$ quando $\phi = 0$.
2. Dato che $da_\lambda\equiv-\frac{dE_\lambda}{E_\lambda}$, il massimo dell'assorbimento si realizza quando la derivata di tale termine è nulla. Dato che $E_\lambda=E_{\lambda\infty}\exp(-\sigma_\lambda)$ si ottiene $\frac{dE_\lambda}{dz}=\frac{E_{\lambda\infty}}{H}\exp(-\sigma_\lambda)\sigma_\lambda=0$. Quindi $\frac{d^2E_\lambda}{dz^2}=\frac{E_{\lambda\infty}}{H}\left[\exp(-\sigma_\lambda)-\sigma_\lambda\exp(-\sigma_\lambda)\right]\frac{d\sigma}{dz}=0$ quando il termine in parentesi quadra è nullo cioè quando $\sigma_\lambda = 1$.
3. Dalla formula dello spessore ottico e dalle conclusioni del punto 2 si può scrivere che il massimo dell'assorbimento si ha per $z=-H\ln\left(\frac{1}{Hk_\lambda\rho_0}\right)$ = 57123.6 m.