Università degli studi di Trento - Corso di Laurea in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

Insegnamento di Fisica dell'Atmosfera

Soluzione della prima prova in itinere

a.a. 2003/04

Costante dell'equazione di stato per l'aria secca: R_d = 287 J K^{-1} kg^{-1}
Costante dell'equazione di stato per il vapore: R_w = 461 J K^{-1} kg^{-1}
Valore medio dell'accelerazione di gravità al suolo: g_0 = 9.81 m s^{-2}
Si ricorda la formula di Wexler che fornisce la pressione parziale di vapore a saturazione in millibar nota la temperatura dell'aria in gradi centigradi: $e_s(t) = 6.112 * \exp\left(\frac{17.67 * t}{t + 243.5}\right)$.

Problema 1

A. La temperatura potenziale dell'aria al suolo si valuta direttamente dalla carta pseudo-adiabatica individuando la curva a θ costante che passa per il punto (T,p), dove T e p sono la temperatura assoluta e la pressione dell'aria al suolo (dati forniti nel testo del problema). Si ottiene θ = 298K.
B. La temperatura di rugiada T_d è la temperatura cui si deve portare l'aria (con un raffreddamento isobaro) per raggiungere lo stato di saturazione. Tale processo non è accompagnato da passaggi di stato perché l'aria deve ancora raggiungere la saturazione. Pertanto il rapporto di mescolamento w dell'aria al suolo si mantiene costante: è uguale al rapporto di mescolamento a saturazione $w_s(T_d)$ calcolato per l'aria alla pressione p ed alla temperatura di rugiada T_d. Dalla carta pseudo-adiabatica si ottiene che la curva iso-igrometrica passante per (T_d,p) indica un valore di w = 11 g/kg.
C. Se l'aria al suolo fosse satura il rapporto di mescolamento a saturazione $w_s(T)$ sarebbe dato dalla curva iso-igrometrica passante per il punto (T,p). Si ottiene che $w_s(T)$ = 20.16 g/kg. Pertanto si può calcolare rapidamente l'umidità relativa dell'aria al suolo dall'espressione $\varphi = \frac{w}{w_s}$ ottenendo φ = 54.57%.
D. L' LCL (Lifting Condensation Level) è il livello cui la particella d'aria (che si trova ora al suolo) deve essere sollevata per raggiungere la saturazione. Il sollevamento si può ragionevolmente ritenere adiabatico. Pertanto il Lifting Condensation Level è il livello di pressione in cui la curva a temperatura potenziale costante (θ = 298K) interseca la curva iso-igrometrica ($w_s(T_d)$ = 11 g/kg). Quindi la pressione al LCL è pari a p = 870 hPa.
E. Se la particella d'aria (partita dal suolo) viene ulteriormente sollevata essa si raffredda adiabaticamente lungo una curva a temperatura potenziale equivalente costante: l'aria è satura e il vapore acqueo, condensando, rilascia calore latente. Il livello di pressione al quale la curva a temperatura potenziale equivalente assume un valore di temperatura assoluta uguale a quello della temperatura circostante (fornita dal sondaggio) è detto FCL (Free Convection Level). Quindi la pressione al FCL è pari a p = 725 hPa.
F. Raffreddando l'aria che ha raggiunto l'LCL tramite una trasformazione adiabatica satura si può nuovamente tornare alla pressione di partenza p. La temperatura così raggiunta è detta temperatura di bulbo bagnato T_w *ed è pari a* T_w= 291.8 K.
G. La stabilità di uno strato d'aria si può dedurre confrontando il gradiente di temperatura con la quota (fornito dal sondaggio) con il gradiente locale della temperatura lungo le curve adiabatiche secche. Se il gradiente della temperatura con la quota è maggiore del gradiente adiabatico secco l'atmosfera è instabile, se sono uguali l'atmosfera è neutrale, altrimenti è stabile.

Lo stesso ragionamento può essere fatto per valutare la stabilità condizionata. In questo caso però il gradiente della temperatura con la quota viene confrontato con il gradiente adiabatico saturo fornito dalle curve a temperatura potenziale equivalente costante.

In questo esercizio:

- il 1° strato è instabile (tanto più è instabile dal punto di vista della stabilità condizionata)
- il 2° strato è stabile e condizionatamente stabile.
- il 3° strato è stabile, ma NON condizionatamente stabile
- il 4° strato è neutrale, ma NON condizionatamente stabile.

Problema 2

A. Si calcola la pressione parziale di vapore ai due livelli con al formula $e = p\left(\frac{w}{w + 0.622}\right)$ ottenendo che e_1 = 3.36 e e_1 = 1.20. A questo punto si può calcolare la temperatura virtuale con la formula $T_V = \frac{T}{1-(1-\varepsilon)\frac{e}{p}}$ ottenendo T_{V1} = 281.51 K e T_{V2} = 270.25 K.

B. Dato che la temperatura virtuale varia linearmente con il logaritmo della pressione, nel grafico che ha per ascissa la temperatura e per ordinata il logaritmo della pressione la temperatura virtuale media dello strato è $T_V = \frac{T_{V1} + T_{V2}}{2}$. Quindi lo spessore di altezza geopotenziale è dato dalla formula $\Delta z = -29.3\left[\overline{T_V}\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right]$ che fornisce Δz = 2719.78 m.

Problema 3

A. Dall'equazione idrostatica e dalla legge dei gas perfetti si trova un'espressione che descrive il profilo verticale di pressione per un'atmosfera caratterizzata da un profilo di temperatura che varia linearmente con la quota: $\frac{p}{p^*} = \left[1 - \frac{\Gamma z}{T^*}\right]^{\frac{g}{R\Gamma}}$ dove p^* e T^* sono genericamente i valore di pressione e di temperatura alla base dello strato di atmosfera in esame, Γ rappresenta il gradiente di temperatura lungo lo strato e z rappresenta la quota generica rispetto alla base dello strato di atmosfera considerato.

B. Utilizzando nuovamente la legge dei gas ideali si trova il profilo di densità con la quota $\frac{\rho}{\rho^*} = \left[1 - \frac{\Gamma z}{T^*}\right]^{\frac{g}{R\Gamma}-1}$.

C. Ricavando dalla figura, in forma grafica, che per lo strato di atmosfera fortemente stabile possiede un $\Gamma = -\frac{(T_h - T_o)}{h}$ e che $T^* = T_0$, $p^* = p_0$, sostituendo nelle espressioni riportate ai punti precedenti, si ottiene p_h = 940.27 hPa, ρ_h = 1.170 kg/m^3.

D. Noto il valore di $p^* = p_h$ ricavato nel punto precedente, il valore di $T^* = T_h$ ed il valore del gradiente Γ fornito nel testo del problema, si ottiene p_A = 855.27 hPa, ρ_A = 1.084 kg/m^3.

Esercizio 1

A. Dalla legge dei gas applicata al vapore acqueo si ottiene la densità parziale del vapore con la formula $\rho_V = \frac{p_V}{R_w T}$ ottenendo ρ_V =0.0093 kg/m^3.

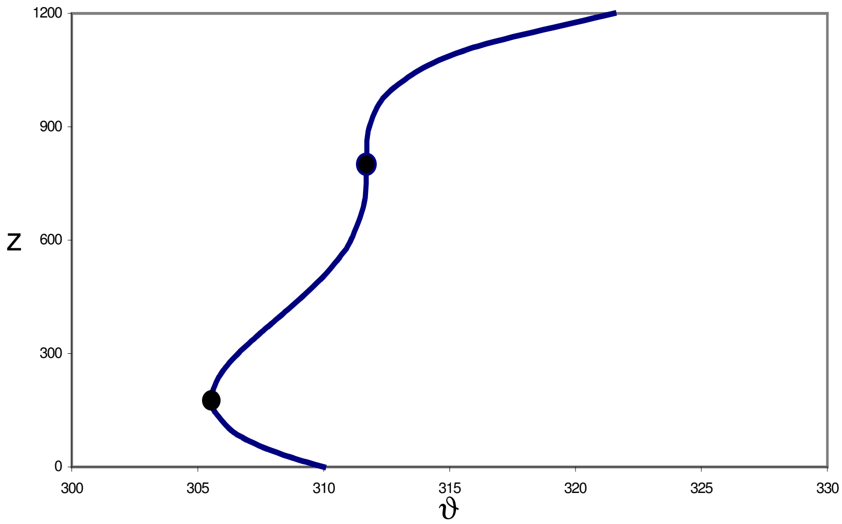
B. Con formula analoga si può calcolare la densità parziale dell'aria secca $\rho_d = \frac{p - p_V}{R_d T}$ ottenendo ρ_d = 1.186 kg/m^3. Infine si ricava il rapporto di mescolamento $w = \frac{\rho_V}{\rho_d}$ ottenendo w = 7.88 g/kg.

C. In primo luogo si calcola la pressione parziale di vapore a saturazione e_s con la formula di Wexler (per l'aria avente temperatura assoluta T). Si ottiene e_s = 19.18 hPa. A questo punto si calcola il rapporto di mescolamento a saturazione con la formula $w_s = 0.622\left(\frac{e_s}{p - e_s}\right)$ ottenendo w_s = 12.16 g/kg. L'umidità relativa φ è data dall'espressione $\varphi = \frac{w}{w_s}$ ottenendo φ = 64.79%.

D. Per calcolare la temperatura di rugiada T_d è prima necessario calcolare la pressione parziale di vapore a saturazione per la temperatura di rugiada. Da $e_s = p\left(\frac{w}{w + 0.622}\right)$, dove w = 7.88 g/kg, si ottiene e_s = 12.51 hPa. A questo punto, invertendo la formula di Wexler, si ottiene T_d = 283.44 K.

Esercizio 2

- In primo luogo è necessario osservare il profilo della temperatura potenziale riportato in figura.
  Si osserva uno strato d'aria instabile in prossimità del suolo. Sopra l'aria è stabile, fatta eccezione per un solo livello (posizionato tra i 600 m ed i 900 m) dove la stabilità è neutrale.



- Per individuare i valori di quota che delimitano i 3 strati atmosferici a diversa stabilità è necessario derivare l'espressione analitica fornita e calcolare gli zeri z_1, z_2, z_3 della derivata:

$$\frac{d\vartheta}{dz}(z) = 5 * 10^{-10} * \left(z^3 - 1780z^2 + 9.28 * 10^5 * z - 1.152 * 10^8\right) = 0$$

In realtà l'espressione, essendo una cubica, è alquanto complessa, per quanto le due radici z_2 e z_3 dovrebbe essere corrispondenti (proprio il livello di quota dove l'atmosfera è neutrale).

- E' quindi più conveniente derivare ulteriormente l'espressione per ricavare la posizione dei due flessi. Da $\frac{d^2\vartheta}{dz^2}(z) = 5 * 10^{-10} * \left(3 * z^2 - 3560z + 9.28 * 10^5\right) = 0$ si ottiene che i due flessi sono $(z_{FLESSO})_1$ = 386.6 m e $(z_{FLESSO})_2$ = 800 m. Dal grafico è immediato dedurre che il secondo flesso coincide con il livello di z_2 dove l'atmosfera è neutrale.

- Si può ora tornare alla cubica che rappresenta la derivata della temperatura potenziale con la quota e riscriverla in funzione delle sue 3 radici:

$$\left(z^3 - 1780z^2 + 9.28 * 10^5 * z - 1.152 * 10^8\right) = (z - z_1) * (z - 800)^2 = 0$$

E' immediato ricavare il valore della quota z_1 = 180 m dove l'atmosfera da instabile diventa stabile.